SET-4

Series %BAB%

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code 465

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **11** हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **14** प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।
- Please check that this question paper contains **11** printed pages.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **14** questions.
- **Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

व्यवहारिक गणित

APPLIED MATHEMATICS

निर्धारित समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 40*

Time allowed : 2 hours *Maximum Marks : 40*

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र के तीन खण्ड है –* ***खण्ड क, ख*** *तथा* ***ग*** *हैं ।*

(ii) *प्रत्येक खण्ड* ***अनिवार्य*** *है ।*

(iii) ***खण्ड – क*** *में* ***6*** *लघु-उत्तर–I प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के* ***2*** *अंक हैं ।*

(iv) ***खण्ड – ख*** *में* ***4*** *लघु-उत्तर–II प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के* ***3*** *अंक हैं ।*

(v) ***खण्ड – ग*** *में* ***4*** *दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के* ***4*** *अंक हैं ।*

(vi) *कुछ प्रश्नों के आंतरिक विकल्प दिया गया है ।*

खण्ड क

प्रश्न संख्या ***1*** *से* ***6*** *तक प्रत्येक प्रश्न के* ***2*** *अंक हैं ।*

1. (क) मान ज्ञात कीजिए : *2*

$$\int_0^1 \frac{xe^x}{(x+1)^2}\,dx$$

अथवा

(ख) निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए : *2*

$$\frac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^2e^y$$

2. ₹ 18,000 के अनंत-काल (perpetuity), जो 6 माह बाद देय है, का वर्तमान मान ज्ञात कीजिए जबकि धनराशि, 8% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज अर्जित करती है जबकि ब्याज अर्धवार्षिक संचित होता है । *2*

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **three** sections – **Section A, B** and **C**.*

(ii) *Each section is **compulsory**.*

(iii) ***Section – A** has **6** short answer type-I questions of **2** marks each.*

(iv) ***Section – B** has **4** short answer type-II questions of **3** marks each.*

(v) ***Section – C** has **4** long answer type questions of **4** marks each.*

(vi) *There is an internal choice in some questions.*

SECTION A

*Questions number **1** to **6** carry **2** marks each.*

1. (a) Evaluate : *2*

$$\int_0^1 \frac{xe^x}{(x+1)^2}\,dx$$

OR

(b) Solve the following differential equation : *2*

$$\frac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^2e^y$$

2. Find the present value of a perpetuity of ₹ 18,000 payable at the end of 6 months, if the money is worth 8% p.a. compounded semi-annually. *2*

3. (क) 10% वार्षिक चक्रवृद्धि नाममात्र दर की समान प्रभावी दर ज्ञात कीजिए, जबकि दर मासिक चक्रवद्धि ब्याज से संचित होती है । *2*

[दिया गया है कि : $(1{\cdot}00833)^{12} = 1{\cdot}1047$]

अथवा

(ख) अभय एक मोबाइल फोन ₹ 30,000 का खरीदता है । 3 वर्ष पश्चात् इस मोबाइल फोन का स्क्रैप मूल्य ₹ 3,000 होने का अनुमान है । रैखिक मूल्यह्रास विधि के प्रयोग से, 2 वर्ष पश्चात् इस मोबाइल फोन का पुस्तक मूल्य ज्ञात कीजिए । *2*

4. निम्न परिकल्पना पर विचार कीजिए :

$H_0 : \mu = 35$

$H_1 : \mu \neq 35$

81 मदों के एक नमूने का माध्य 37·5 और मानक विचलन 5 है । 5% सार्थकता के स्तर पर परिकल्पना का परीक्षण कीजिए । *2*

[दिया गया है कि : दो-पूँछ परीक्षण के लिए 5% सार्थकता स्तर पर Z का क्रांतिक मान 1·96 है]

5. चेरापूँजी, मेघालय के लिए वार्षिक वर्षा (मिमी में) निम्न सारणी में अभिलिखित है :

वर्ष	वर्षा (मिमी में)
2001	1·2
2002	1·9
2003	2
2004	1·4
2005	2·1
2006	1·3
2007	1·8
2008	1·1
2009	1·3

3-वर्षीय गतिमान माध्य द्वारा वर्षा की प्रवृत्ति ज्ञात कीजिए । *2*

3. (a) Find the effective rate which is equivalent to nominal rate of 10% p.a. compounded monthly. *2*

[Given that : $(1{\cdot}00833)^{12} = 1{\cdot}1047$]

OR

(b) Abhay bought a mobile phone for ₹ 30,000. The mobile phone is estimated to have a scrap value of ₹ 3,000 after a span of 3 years. Using the linear depreciation method, find the book value of the mobile phone at the end of 2 years. *2*

4. Consider the following hypothesis :

$H_0 : \mu = 35$

$H_1 : \mu \neq 35$

A sample of 81 items is taken whose mean is 37·5 and the standard deviation is 5. Test the hypothesis at 5% level of significance. *2*

[Given : Critical value of Z for a two-tailed test at 5% level of significance is 1·96]

5. The following table shows the annual rainfall (in mm) recorded for Cherrapunji, Meghalaya :

Year	Rainfall (in mm)
2001	1·2
2002	1·9
2003	2
2004	1·4
2005	2·1
2006	1·3
2007	1·8
2008	1·1
2009	1·3

Determine the trend of rainfall by 3-year moving average. *2*

6. निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$$x - y \leq -1$$

$$-x + y \leq 0$$

$$x, y \geq 0$$

$z = 3x + 4y$ का अधिकतमीकरण कीजिए, यदि संभव हो । *2*

खण्ड ख

*प्रश्न संख्या **7** से **10** तक प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं ।*

7. (क) एक वस्तु का पूर्ति फलन $100p = (x + 20)^2$ है । इसका उत्पादक अधिशेष (PS) ज्ञात कीजिए, जब बाज़ार भाव ₹ 25 है । *3*

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए : *3*

$$\int \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3x + 2} dx$$

8. निम्न आँकड़ों के लिए न्यूनतम वर्गों की विधि से एक सरल रेखीय प्रवृत्ति फिट कीजिए और वर्ष 2008 के लिए प्रवृत्ति मान ज्ञात कीजिए : *3*

वर्ष	उत्पादन (लाख टनों में)
2001	30
2002	35
2003	36
2004	32
2005	37
2006	40
2007	36

6. Maximize $z = 3x + 4y$, if possible,
subject to the constraints :

$$x - y \leq -1$$
$$-x + y \leq 0$$
$$x, y \geq 0$$

2

SECTION B

*Questions number **7** to **10** carry **3** marks each.*

7. (a) The supply function of a commodity is $100p = (x + 20)^2$. Find the Producer's Surplus (PS), when the market price is ₹ 25. *3*

OR

(b) Find : *3*

$$\int \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3x + 2} dx$$

8. Fit a straight line trend by the method of least squares and find the trend value for the year 2008 for the following data : *3*

Year	Production (in lakh tonnes)
2001	30
2002	35
2003	36
2004	32
2005	37
2006	40
2007	36

9. एक स्वचालित पैकिंग मशीन से दस डिब्बे यादृच्छया लिए गए । इनका औसत शुद्ध वज़न 11·8 किलोग्राम और मानक विचलन 0·15 किलोग्राम है । क्या 12 किलोग्राम के इरादतन माध्य से यह नमूना माध्य, सार्थकता के स्तर पर, भिन्न है ? *3*

[दिया गया है कि d.f. = 9 के लिए $t_{0·05} = 2·26$]

10. मधु अपनी पुरानी कार, जिसकी कीमत ₹ 1,50,000 लगाई गई है, देकर एक नई कार जिसका मूल्य ₹ 6,50,000 है, खरीदती है । वह ₹ x का अग्रिम भुगतान करती है और बची राशि का भुगतान ₹ 21,000 की 20 मासिक समान किस्तों में करती है । उसे 9% वार्षिक दर के ब्याज का प्रस्ताव दिया जाता है । x का मान ज्ञात कीजिए । *3*

[दिया गया है : $(1·0075)^{-20} = 0·86118985$]

खण्ड ग

*प्रश्न संख्या **11** से **14** तक प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं ।*

11. किसी जीवाणु समूह में जीवाणुओं की वृद्धि की दर उनकी उपस्थित संख्या के समानुपाती है । यह पाया जाता है कि 3 घंटों के पश्चात् जीवाणुओं की संख्या 10,000 तथा 5 घंटों के पश्चात् यह संख्या 40,000 है । शुरुआत में उपस्थित जीवाणुओं की संख्या ज्ञात कीजिए । *4*

12. (क) ₹ 5,00,000 के उधार, जिसकी ब्याज की दर 10% वार्षिक है, तथा समय 5 वर्ष है, के लिए 'फ्लैट दर प्रणाली' से EMI ज्ञात कीजिए । *4*

अथवा

(ख) ₹ 2,00,000 मूल्य की एक मशीन की प्रभावी आयु 7 वर्ष है और इस मशीन का स्क्रैप मूल्य ₹ 30,000 है । कम्पनी कितनी धनराशि ऋण शोधन निधि में रखे, जिससे 5% वार्षिक की कमाई होती है, जिससे कि कम्पनी इस मशीन को उसकी उपयोगी आयु के उपरांत बदल सके ? मान लीजिए कि 7 वर्षों बाद नई मशीन का मूल्य ₹ 3,00,000 होगा । *4*

[दिया गया है : $(1·05)^7 = 1·407$]

13. एक स्टार्ट-अप कम्पनी ने 5 वर्षों के लिए शेयरों में ₹ 3,00,000 का निवेश किया । दूसरे वर्ष के अन्त में, इस निवेश का मूल्य ₹ 3,50,000 था, तीसरे वर्ष के अन्त में, इस निवेश का मूल्य ₹ 3,80,000 तथा परिपक्वता पर इसका अंतिम मूल्य ₹ 4,50,000 हो गया । निवेश पर चक्रवृद्धि वार्षिक वृद्धि दर (CAGR) की गणना कीजिए । *4*

[दिया गया है : $(1·5)^{1/5} = 1·084$]

9. Ten cartons are taken at random from an automatic packing machine. The mean net weight of the ten cartons is 11·8 kg and standard deviation is 0·15 kg. Does the sample mean differ significantly from the intended mean of 12 kg ? *3*

[Given that for d.f. = 9, $t_{0·05} = 2·26$]

10. Madhu exchanged her old car valued at ₹ 1,50,000 with a new one priced at ₹ 6,50,000. She paid ₹ x as down payment and the balance in 20 monthly equal instalments of ₹ 21,000 each. The rate of interest offered to her is 9% p.a. Find the value of x. *3*

[Given that : $(1·0075)^{-20} = 0·86118985$]

SECTION C

*Questions number **11** to **14** carry **4** marks each.*

11. In a certain culture of bacteria, the rate of increase of bacteria is proportional to the number present. It is found that there are 10,000 bacteria at the end of 3 hours and 40,000 bacteria at the end of 5 hours. Determine the number of bacteria present in the beginning. *4*

12. (a) Calculate the EMI under 'Flat Rate System' for a loan of ₹ 5,00,000 with 10% annual interest rate for 5 years. *4*

OR

(b) A machine costing ₹ 2,00,000 has effective life of 7 years and its scrap value is ₹ 30,000. What amount should the company put into a sinking fund earning 5% p.a., so that it can replace the machine after its usual life ? Assume that a new machine will cost ₹ 3,00,000 after 7 years. *4*

[Given that : $(1·05)^{7} = 1·407$]

13. A start-up company invested ₹ 3,00,000 in shares for 5 years. The value of this investment was ₹ 3,50,000 at the end of second year, ₹ 3,80,000 at the end of third year and on maturity, the final value stood at ₹ 4,50,000. Calculate the Compound Annual Growth Rate (CAGR) on the investment. *4*

[Given that : $(1·5)^{1/5} = 1·084$]

14. एक आहारविद् दो प्रकार के भोज्यों F_1 और F_2 को इस प्रकार मिलाना चाहता है कि मिश्रण में विटामिन A की मात्रा कम-से-कम 8 मात्रक और विटामिन C की कम-से-कम 10 मात्रक हों । भोज्य F_1 में प्रति किलोग्राम 2 मात्रक विटामिन A तथा 1 मात्रक विटामिन C की मात्रा सम्मिलित है, जबकि भोज्य F_2 में प्रति किलोग्राम 1 मात्रक विटामिन A तथा 2 मात्रक विटामिन C की मात्रा सम्मिलित है । भोज्य F_1 का खरीद मूल्य ₹ 5 प्रति किलोग्राम और भोज्य F_2 का खरीद मूल्य ₹ 7 प्रति किलोग्राम है ।

उपरोक्त जानकारी पर आधारित होते हुए, निम्न प्रश्नों का उत्तर दीजिए : *4*

(क) मिश्रण का न्यूनतम खरीद मूल्य ज्ञात करने हेतु, उपरोक्त समस्या के लिए एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाइए ।

(ख) मिश्रण का न्यूनतम खरीद मूल्य ज्ञात कीजिए ।

14. A dietician wishes to mix two types of foods F_1 and F_2 in such a way that the vitamin content of the mixture contains at least 8 units of vitamin A and 10 units of vitamin C. Food F_1 contains 2 units/kg of vitamin A and 1 unit/kg of vitamin C, while Food F_2 contains 1 unit/kg of vitamin A and 2 units/kg of vitamin C. It costs ₹ 5 per kg to purchase Food F_1 and ₹ 7 per kg to purchase Food F_2.

Based on the above information, answer the following questions : *4*

(a) To find out the minimum cost of such a mixture, formulate the above problem as a LPP.

(b) Determine the minimum cost of the mixture.